

# Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

---

Jiří Fiala

Fenomenologie matematiky

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 43 (1998), No. 1, 60--64

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/138467>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1998

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

# Fenomenologie matematiky

Jiří Fiala, Praha

Ještě leží kniha před námi neotevřená a už tu máme malý, ale milý problém: jak to Rota myslí s těmi *nediskrétními myšlenkami*? Angličtina je možná jediný jazyk, který dokáže (*pravopisem*, nikoli výslovností) odlišit dva významy slova *diskrétní* (a jeho negace): 1. šetrný, zdrženlivý, nenápadný, mlčenlivý, taktní, 2. složený z oddělených prvků.<sup>1)</sup> V prvním případě píše angličtina *discrete*, v druhém *discrete*. Takže by se zdálo, že problém je vyřešen: jsou to myšlenky *souvislé*. Jenže ony jsou i nemlčenlivé (když vzpomíná na své učitele a kolegy), i nezdrženlivé (když jde o úvahy filosofické), i netaktní (mluví-li o analytické filosofii), a nakonec i nápadné (nápadité), když jde o recenze knih. A když k tomu připočteme, že sám název je aluzí na jinou knihu, jejímž editorem byl Rota spolu s Markem Kacem a J. T. Schwartzem a která se jmenovala *Diskrétní myšlenky*<sup>2)</sup>, a když si připomeneme, že Rota obrátil svůj původní zájem od funkcionální analýzy k diskrétní matematice, začínáme tušit, že je před námi kniha, od jejíž četby lze očekávat mnohé rozkoše. A je tomu tak, Rota má co říct a umí psát. Je to radost číst a chci vás o tom přesvědčit. A vůbec by mne nenapadlo dodat, že když někdo umí psát tak pěkně, je mu možno odpustit i to, že je fenomenolog.

Vezměme to ale popořádku. První část knihy jsou vzpomínky na *Osoby a místa*. Začínají padesátými léty v Princetonu. Zajímavé by musely být i vzpomínky ranější, ale o těch Rota prý nikdy nechtěl mluvit. Rota se narodil v Itálii (1932), jeho otec byl významným architektem a odpůrcem Mussoliniho; dostal se na čelné místo seznamu lidí, které je třeba zavraždit. Rodině se podařilo uniknout přes Alpy do Švýcarska.<sup>3)</sup>

---

<sup>1)</sup> Hovořit o *dvou významech* jednoho slova je ovšem *blud diskrétnosti* významů slov. Významy slov jsou *nediskrétní*, spojené a teprve věta (či text) „filtruje“ souvislá pole významů slov. Vztah smyslu slova ke slovu, stejně jako vztah obsahu textu k textu samému je neredukovatelný vztah, který Husserl označil slovem *Fundierung*. A toto antiredukcionistické Husserlovo *Fundierung* se u Rota stává centrálním pojmem jeho fenomenologie matematiky, jak ještě uvidíme. — V našem případě je rodinná příbuznost dána latinským prapředkem *cernere*, *cerno*: rozlišovat, rozeznávat, zřetelně vidět; participium od *dis-cernere* je *discretus* a znamená rozdělený, jemný, rozeznávající (třeba to, co je vhodné říci a co ne, podobně jako musíme u *diškréce* rozlišit její výši). A toto rozeznávání je jako síto (*cribrum*), to, co se jím proseje, je už čisté: od latinského *cribrum* skutečně vede pozvolná cesta k německému *rein*. A už jen dodejme, že to, čím píšeme na tabuli, je „prosátá země“ *terra creta* — křída.

<sup>2)</sup> *Discrete Thoughts. Essays on Mathematics, Science, and Philosophy*. Birkhäuser, Boston, 1992.

<sup>3)</sup> Tento neuvěřitelný útěk zimními Alpami vylíčila jeho sestra Ester Rota Gasperoni ve dvou nedávno vydaných knihách *L'orage sur le lac a L'arbre des capulies*, obojí v nakl. Médium, Paris, 1995 a 1996.

---

GIAN-CARLO ROTA: *Indiscrete Thoughts*. Birkhäuser, Boston, 1997, 280 str.

Doc. RNDr. JIŘÍ FIALA, CSc. (1939), katedra matematické logiky a filosofie matematiky, MFF UK Praha.

Vzdělání se dostalo Rotovi nejprve v Ekvádoru a pak v Princetonu a v Yale. Atmosféru Princetonu ve „zlatých dobách“ začátku padesátých let zachytil Rota v mistrovských miniportrétech tak protikladných osobností, jako byli Alonzo Church, William Feller, Emil Artin a Solomon Lefschetz. A současně je to malá přehlídka různých „matematických stylů“. Zatímco Alonzo Church zahajoval své přednášky desetiminutovým obřadem mytí a čištění tabule, následovaným dalším desetiminutovým čekáním, až tabule uschne, a potom slovo od slova na tabuli opisoval bez komentářů to, co bylo o několik pater výše uloženo jako rukopis budoucí knihy (Rota v aforismech či „zprávách ze společnosti“ poznamenává: nehodou je nazvat knihu „Díl první“), Solomon Lefschetz opovrhoval matematiky, kteří marnili čas přesnými a elegantními důkazy (také ani v jeho přednáškách, ani v knihách nebyl snad jediný důkaz zcela správný), zato ale strhl všechny intuitivním vhladem do přednášené látky. A už jen jedna historka o střetu těchto dvou pojetí. E. H. Moore začal v Princetonu přednášku slovy: „Nechť  $a$  je bod a nechť  $b$  je bod.“ Lefschetz ho přerušil: „Proč neřeknete prostě: Nechť  $a$  a  $b$  jsou body?“ „Protože  $a$  se může rovnat  $b$ ,“ odpověděl Moore. Po tomto vysvětlení se Lefschetz sebral a odešel.

Následující léta v Yale jsou léty spolupráce s Jackem Schwartzem, hvězdou Yale padesátých let. Schwartz byl žákem Nelsona Dunforda, spolu s nímž pak dvacet let pracoval na projektu, který začal jako drobná sbírka příkladů pro studenty a skončil jako slavné třísvazkové *Lineární operátory*<sup>4</sup>). Tento projekt subvencoval Office of Naval Research a nikdy nebyly vyvráceny (ani potvrzeny) pověsti, že každá nukleární ponorka měla za povinnost mít na palubě po jednom výtisku každého dílu.

Od funkcionální analýzy se Rotův zájem posunul k vnější algebře Hermanna Grassmanna, jehož si nesmírně vážil nejen jako geniálního matematika, který se nikdy za svého života nedočkal žádného uznání, ale i pro jeho filosofické názory<sup>5</sup>). A pak dále k oblasti, kde je znám matematikům nejvíce — k diskrétní matematice a kombinatorice.

Nejvíce místa je věnováno vzpomínkám na Stanislava Ulama, s nímž Rotu pojilo dlouholeté přátelství. Jsou to vzpomínky až dojemně krásné a přitom plné vhladů do matematiky a její filosofie. Samostatná kapitola *Bariéry významu* obsahuje záznam jednoho rozhovoru Roty s Ulamem<sup>6</sup>) a týká se umělé inteligence. Ulamovy odpovědi jsou jak vystřižené z Wittgensteina. Ostatně poslechněte si kousek z tohoto rozhovoru:

„Dobře,“ povídá Ulam, „tak si zahrajme hru. Představ si, že sestavujeme slovník běžných slov. Pokusíme se napsat definice, které by byly tak neomylně explicitní, že by se daly naprogramovat. Vezměme například podstatná jména jako »klíč«, »kniha«, »cestující« a slovesa jako »čekat«, »poslouchat«, »přijet«. Začněme se slovem »klíč«. Vytáhnu teď tento předmět z kapsy a požádám tě, aby ses na něj podíval. Ať na něj

<sup>4</sup>) NELSON DUNFORD, JACOB T. SCHWARTZ: *Linear Operators*, I–III, 1958–1971; u nás dobře známé a hojně používané v ruském překladu.

<sup>5</sup>) Znamení článek o Grassmannově „geometrickém kalkulu“ napsal Rota spolu s M. BARNABEI a A. BRINI, *On the Exterior Calculus of Invariant Theory*, *Journal of Algebra*, 98 (1985), 120–160.

<sup>6</sup>) Ulamovy výroky zaznamenávala Françoise Ulamová a snad budou někdy vydány.

budeš hledět jakkoli dlouho, nikdy ti neřekne, že je to klíč, pokud už nemáš nějakou předběžnou zkušenost s tím, jak se klíče používají.

A teď se podívej na tamtoho muže, který jede v autě. Jak chceš odlišit, že to není prostě jen muž, kterého vidíš, nýbrž cestující?

Když napíšeš přesné definice těchto slov, objevíš, že nepopisuješ nějaký předmět, nýbrž funkci, roli, která je nerozlučně spjata s nějakým kontextem. Odejmi tento kontext a význam zmizí rovněž.

Vnímáš-li inteligentně, jak občas činíš, pak vždy vnímáš funkci, nikdy objekt v množinovém nebo fyzikálním smyslu.

Tvá karteziánská idea nějakého mozkového registračního zařízení je založena na zavádějící analogii mezi viděním a fotografií. Fotografické přístroje vždy registrují předměty, ale lidské vnímání je vždy vnímáním funkcionálních rolí. Nic už nemůže být odlišnějšího než tyto dva procesy.“

A už jsme u filosofie, vedle matematiky druhé největší lásky Gian-Carla Roty. Navažme hned na rozhovor s Ulamem úryvkem z Rotova článku *Fundierung jako logický pojem*, který je v naší knize přetištěn jako patnáctá kapitola. Je to zřejmě onen článek, o kterém se Rota zmiňuje, když si stěžuje na to, jak napsal několik fenomenologických pojednání, ale fenomenologové mu vždy řekli, že se to už přece dávno ví. Když si ale vybral opravdu známé téma a jen je doplnil několika příklady (ve fenomenologických spisech se příklady téměř nevyskytují) a čekal, že tentokrát bude odmítnutí fenomenologů definitivní, setkal se s nadšením nad něčím „opravdu původním“. Musím předeslat, že *Fundierung* je jeden z klíčových Husserlových pojmů, který Husserl rozebírá ve třetí části *Logických zkoumání*<sup>7)</sup>. Rota jej vykládá na příkladech vypůjčených z Wittgensteina, Rylea, Austina. Vezměme příklad Ryleův: srdcová dáma v bridži nebo v pokeru. Ta karta sama jakožto kus potištěného papíru přece není srdcovou dámou. Srdcovou dámou se stává až v kontextu hry (a ještě v závislosti na druhu hry), kdy má *funkci* (nebo hraje *roli*) srdcové dámy. Sebedelším koukáním a pozorováním srdcové dámy jakožto karty tuto funkci neodhalím, prostě „v“ té kartě není (tak jako obsah není „ve“ vytištěném textu). Tato funkce je to jediné, na čem záleží. Iritující ovšem je, že „to, na čem opravdu záleží“, neexistuje — aspoň ne v žádném běžném smyslu tohoto slova. A přesto se neobejde bez faktické podpory srdcové dámy jakožto karty, bez *fakticity*. Strach a úzkost z toho, že by to, na čem opravdu záleží, mohlo „neexistovat“, vedl v celých dějinách filosofie k úporné snaze zredukovat funkci na fakticitu. A tento vztah mezi funkcí a fakticitou je zhruba to, čemu Husserl říká *Fundierung*. Je to vztah primitivní, na něco dalšího neredukovatelný. Redukcionistu ani skeptika nepřesvědčíte. Zkuste ale někoho přesvědčit, že střed kruhu a kamínek v krabičce (to je Rotův příklad) spojuje tíž (opět neredukovatelný) vztah náležení. Chcete-li, je vztah náležení právě tak mysteriózní jako vztah *Fundierung*. Na vztah náležení jsme si však (někteří) už natolik zvykli, že si jeho mysteriozitu ani neuvědomujeme.

---

<sup>7)</sup> EDMUND HUSSERL: *Logische Untersuchungen*. II. Band, 1. Teil — Zur Lehre von den Ganzen und Teilen, zvláště §14. Der Begriff der Fundierung und zugehörige Theoreme.

Pokusím se vysvětlit tento vztah *Fundierung* ještě na jiném příkladu: text a jeho obsah. Týž obsah se můžeme dozvědět čtením různých textů, můžeme si obsah zapamatovat a text zapomenout. Ostatně víme to z praxe zkoušení: když chceme zjistit, zda student jen neopakuje naučený text, požádáme ho, aby to řekl jinými slovy. Obsah se ale bez textu (psaného, mluveného) neobejde. Text je nutnou *fakticitou*. Avšak to, na čem opravdu záleží, je obsah. A takové závislosti obsahu na textu se říká *Fundierung*. Obsah je důležitější než text, a přesto se obsah „nedá nikde nalézt“. Obsah není ani něco v mozku, není tam „zakódován“. Takové zakódování by bylo opět textem a byli bychom znovu na začátku.

Podobně je tomu s *hleděním* na nějaký text jakožto text (což se nám snadno podaří u textů v nějakém exotickém jazyce či občas u symbolických zápisů nějakého oboru matematiky, v němž nejsme zběhlí) a *viděním*, rozuměním textu (ne nadarmo se připomíná etymologická příbuznost „vidění“ s „věděním“).

Dejme ale už slovo Rotovi samému:

*Jako další uvážíme kontroverzní vztah Fundierung mezi viděním a hleděním. Tento vztah Fundierung je na stejné rovině jako příklady předcházející; avšak tentokrát je nám zatěžko připustit, že zacházíme s tímž druhem vztahu. Mé vidění pera je založeno na mém hledění na něco; mé čtení obsahu vytištěné stránky je založeno na hledění na tuto stránku. Mohu hledět na potíštěnou stránku, aniž bych ji viděl jako materiál ke čtení. K tomu může dojít, jestliže se fakticity hledění vetrou do mého vidění: mohu neznat jazyk, v němž je text napsán, nebo může být vytištěná stránka vybledlá atd. Když se čtení stane obtížným nebo mu něco z nějakých důvodů překáží, přestanu vidět obsah textu, který čtu, a místo toho začnu vidět vytištěnou stránku. Mám-li potíže s pochopením obsahu textu, probíhám jím, pokouším se ho dešifrovat atd., a to vždy s určitým záměrem: nechat fakticity textu blednout tak, abych mohl číst, to jest vidět obsah skrze fakticity textu, tiskoviny, na niž hledím, a fakticity jiné.*

*Vidění je mnoha způsoby funkcí; hledění je fakticitou, která zakládá vidění. Předstírat, že se „čtení“ redukuje na řadu psychologických nebo fyzických procesů, jak to Wittgenstein posměšně předstírá, znamená dopouštět se téže redukcionistické chyby, které se dopouští dítě, když rozebere budík, aby se dobraloby podstaty času. Vztah Fundierung odděluje hledění od vidění propastí, která je tím nepřekonatelnější, že je to propast logická. Hledění může být procesem, který se odvíjí v čase, který zakládá mé vidění. Avšak vidění má totéž postavení jako pravidla bridže, třetí deklinace nebo kohomologie. O žádné z těchto položek nelze říci, že „existují“.*

Rota prý kdysi hlásal, že fenomenologie je formalizace kontextové závislosti. Po čase, když si to rozmyslel, dodával: jenže nikdo neví, co vlastně slovo „formalizovat“ znamená. Fenomenologie matematické pravdy, Fenomenologie matematické krásy, Fenomenologie matematického důkazu — to jsou názvy některých dalších kapitol. Snad z uvedených výňatků a komentářů začíná vysvítat, jaká vlastně ta Rotova fenomenologická filosofie matematiky je. A když ne, pak snad, jak doufám, aspoň

podráždila (je jedno zda souhlasně či nesouhlasně) zájem přečíst si důkladněji, co to ten Rota vlastně povídá.<sup>8)</sup>

Na filosofii matematiky (a filosofii vědy) se ze strany praktikujících (tak překládám „working“) matematiků či přírodovědců pohlíží v lepším případě jako na jakousi zbytečnou okrasu na vzdělání matematiků, v horším jako na diverzní činnost, která kazí mládež. Jenže v tomto našem případě je to ještě horší: Rota je fenomenolog (dokonce fenomenologii učí na M. I. T.) a to je v anglo-americké, téměř výhradně analytické filosofii něco jako zvrhlík.<sup>9)</sup> Vztah Rotův k analytické filosofii vyjadřuje už název jeho skandálního článku, který poslal do časopisu *Synthese* (kde také vyšel): *O zhoubném vlivu matematiky na filosofii*<sup>10)</sup> a číší z jednořádkových recenzí knih analytických filosofů. Napřed jednu milou — je to recenze na Quinovu knihu *Ontological Relativity*: „Když někdo píše tak pěkně jako Quine, je mu možno odpustit vše, dokonce i to, že je analytickým filosofem“. A druhou, řekněme ostřejší, na Passmorův dodatek ke knize *A Hundred Years of Philosophy*: „Když trpaslíci vrhají tak dlouhé stíny, musí už být hodně k večeru“.

Abych to už nějak skončil: matematika i filosofie (od dob Thaletových až do 19. století kráčející pospolu) jsou příliš životně důležité, krásné, ale křehké výhonky lidského ducha na to, aby se mohly ponechat v rukou ideologů, manipulantů a ekvilibristů, ať už se značkami a symboly, nebo idejemi.

---

<sup>8)</sup> Jednu kapitolu zařazujeme v překladu do tohoto časopisu, jinou chystám pro Vesmír, další dvě pro své studenty; kromě toho už v tomto časopise vyšel překlad Rotova článku *Deset lekcí, které mě zapomněli naučit* (rovněž přetištěného v této knize).

<sup>9)</sup> Fenomenologie a analytická filosofie mají přítom společného předka: Gottloba Fregeho; ale příbuzní se hádávají. Vztah anglických filosofů ke „kontinentální“, tj. pro ně fenomenologické a jiné filosofii, vyjadřuje stručně historika o tom, jak když v roce 1924 ohlásil v Oxfordu mladý Gilbert Ryle přednášky o kontinentální filosofii, rozšířila se zpráva, že se Ryle zbláznil, protože hodlá přednášet o třech rakouských nádražích a jedné čínské hazardní hře; oznámil totiž přednášky o teorii významu u Bolzana, Brentana, Husserla a Meinonga.

<sup>10)</sup> Rovněž přetištěn v této knize. Název článku je opět aluzí na článek Jacka T. Schwartze *O zhoubném vlivu matematiky na vědu* z už zmíněného sborníku *Diskrétní myšlenky*.